

## Analyse UV 2 - Feuille 5

### Exercice 1.

Soit  $a > 0$ ,  $0 < b < a$  et  $c > 0$ . Calculer l'aire du triangle reliant les points

$$(0, 0), \quad (a, 0), \quad (b, c). \quad (1)$$

### Exercice 2.

Calculer l'intégrale de  $xy$  sur le triangle reliant

$$(0, 0), \quad (0, 1), \quad (1, 0). \quad (2)$$

### Exercice 3.

Soit  $A$  et  $B \subset \mathbb{R}^2$  Montrer que si  $A \cap B = \emptyset$ , alors

$$\int_A f(x, y) dx dy + \int_B f(x, y) dx dy = \int_{A \cup B} f(x, y) dx dy \quad (3)$$

### Exercice 4.

Soient  $A$  et  $B \subset \mathbb{R}$ . Soient  $f : \mathbb{R} \times \mathbb{R}$  et  $g : \mathbb{R} \times \mathbb{R}$ . Montrer que

$$\int_{A \times B} f(x)g(y) dx dy = \int_A f(x) dx \int_B g(y) dy \quad (4)$$

### Exercice 5.

Déterminer le volume de la pyramide reliant les points

$$(0, 0, 0), \quad (1, 0, 0), \quad (0, 1, 0), \quad (0, 0, 1). \quad (5)$$

### Exercice 6.

Déterminer l'aire du cercle de rayon  $R > 0$

$$\{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 + y^2 \leq R^2\} \quad (6)$$

### Exercice 7.

Déterminer le volume de la sphère de rayon  $R > 0$

$$\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x^2 + y^2 + z^2 \leq R^2\} \quad (7)$$

**Exercice 8.**

Déterminer le volume du cylindre de rayon  $R > 0$  et de hauteur  $H > 0$

$$\left\{ (x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x^2 + y^2 \leq R^2, \quad 0 \leq z \leq H \right\} \quad (8)$$

**Exercice 9.**

Intégrer  $e^{-x^2-y^2}$  sur tout  $\mathbb{R}^2$ . En déduire l'intégrale de  $e^{-x^2}$  sur  $\mathbb{R}$ .