INSA-TOULOUSE
Département STPI
2ème année ICBE

Année 2008/2009

Analyse UV 2 - Feuille 3

Exercice 1.

Montrer que la fonction

$$f(x, y) \;=\; \cosh(x + y + 3)\,(x^2 + 2x + 2) \tag{1}$$

admet un minimum global sur $\mathbb{R}^2$.

Exercice 2.

On cherche à déterminer les arguments-minima de

$$f : \left\{ \begin{array}{ccc} \mathbb{R}^3 & \longrightarrow & \mathbb{R} \\ (x, y, z) & \longmapsto & x^2 + 2y^2 + (z - y)^2 + x + 2y \end{array} \right. \tag{2}$$

sur l'ensemble

$$\Big\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : \quad x - z + y = 0\Big\} \tag{3}$$

1. En éliminant z, montrer que ce problème se réduit au problème de minimiser une fonction g sur $\mathbb{R}^2$.
2. Montrer que g admet un unique minimum local.
3. Montrer que ce minimum est global.
4. Conclure.

Exercice 3.

Soit $R > 0$. Déterminer les normales extérieures et les deux vecteurs tangents unitaires à la sphère

$$\Big\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x^2 + y^2 + z^2 = R^2\Big\}. \tag{4}$$

Exercice 4.

Soit $R > 0$. Déterminer les normales extérieures et les deux vecteurs tangents unitaires au cylindre

$$\Big\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x^2 + y^2 = R^2\Big\}. \tag{5}$$

Exercice 5.

Déterminer l'ensemble des directions de descentes de

$$f : \left\{ \begin{array}{ccc} \mathbb{R}^n & \longrightarrow & \mathbb{R} \\ \mathbf{x} & \longmapsto & \mathbf{x}_1 . \end{array} \right. \tag{6}$$