INSA-TOULOUSE
Département STPI
2ème année ICBE

Année 2008/2009

# Analyse UV 2 - Feuille 1

**Exercice 1.**

Déterminer $f : \mathbb{R}^2 \longrightarrow \mathbb{R}$ de classe $C^1$ qui vérifie pour tout $(x, y) \in \mathbb{R}^2$

$$\nabla f(x,y) = \begin{bmatrix} 2\exp(2x+y) + 3x^2 + 2y \\ \exp(2x+y) + 2x \end{bmatrix} \quad \text{et} \quad f(0,0) = 0. \tag{1}$$

**Exercice 2.**

Déterminer $f : \mathbb{R}^2 \longrightarrow \mathbb{R}$ de classe $C^1$ qui vérifie pour tout $(x, y) \in \mathbb{R}^2$

$$\begin{cases} \dfrac{\partial f}{\partial x}(x,y) + f(x,y) = 0, \\ \dfrac{\partial f}{\partial y}(x,y) - 3f(x,y) = 0, \\ f(0,0) = 1 \end{cases} \tag{2}$$

**Exercice 3.**

Déterminer $f : \mathbb{R}^2 \longrightarrow \mathbb{R}$ de classe $C^1$ qui vérifie pour tout $(x, y) \in \mathbb{R}^2$

$$\begin{cases} \dfrac{\partial f}{\partial x}(x,y) - \ yf(x,y) = (1-y)\ \exp(x), \\ f(0,y) = y^3 + cos(y) + 1 - y. \end{cases} \tag{3}$$

**Exercice 4.**

Montrer que la fonction $f : \mathbb{R}^2 \longrightarrow \mathbb{R}$ avec

$$f(x,y) = (x^2 + y^2)cos(xy) \tag{4}$$

est continue.

**Exercice 5.**

1. On considère la fonction $f : \mathbb{R}^3 \longrightarrow \mathbb{R}$ avec

$$f(x,y,z) = \frac{xy}{x^2+y^2} + z \quad \text{pour } (x,y,z) \neq (0,0,0) \quad \text{et} \quad f(0,0,z) = z. \tag{5}$$

1. Quel est le domaine de continuité de $f$ ?
2. Quel est le domaine de définition des dérivées partielles de $f$ ?
3. Calculer les dérivées partielles de $f$.
4. Déterminer l'ensemble sur lequel $f$ est de classe $C^1$.